где $\vec{1} = \|1,1,1\|^T$ и $U_{ij} = \int \varphi_i \varphi_j x^2 dx$, и для оценки достаточно построить матрицу U с точностью до множителя. При сделанных предположениях $\left(\frac{c}{C} << 1,\ \frac{x_0}{\sigma} >> 1 \right)$ матрица U вычисляется просто:

$$U \approx l \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (c/C)^{-2\varepsilon} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}, \text{ тогда } U^{-1} \approx l^{-1} \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (c/C)^{2\varepsilon} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix},$$

и если $c/C \sim 10^{-2}$ и $\varepsilon = 1$, вектор весов $\vec{a}_{BG}$ дается значениями

$$a_1 \approx \frac{1}{2}, a_3 \approx \frac{1}{2}, a_2 \approx 10^{-4} (!).$$

Соответствующее «осредняющее ядро» («фильтр» для оценки значения сигнала в точке $x = 0$) дается выражением (averaging kernel) (рис.2)

$$\vec{a}^T \vec{\varphi} \approx \frac{1}{2} \varphi_{-x_0} + \frac{1}{2} \varphi_{x_0}.$$

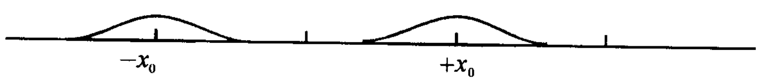

Рис. 2.

На этой модельной задаче нетрудно проследить истоки парадокса: аномально малый вес 2-го (информативного) измерения (и тем самым соответственно аномально большое значение матричного элемента U_{22},) возник в результате введенной Бакусом–Гильбертом функции x^2 в скалярное произведение (φ_i, φ_j). При сколь угодно малом c всегда найдется значение центра $\varphi_0^c(x)$ такое, что $\int \varphi_0^c(x) \varphi_0^c(x) x^2 dx$ будет как угодно большим (что соответствовало бы реальным наблюдениям только в случае, если бы **реальный** сигнал увеличивался с удалением от рассматриваемой точки $x = 0$ как x^2).

Отметим здесь, что метод не спасает и введение других функций $S(x,x')$, если сохранять структуру (17): $S(x,x') = \text{const}\,\delta(x-x')$, дает в качестве оценки $\hat{\hat{a}}$ (рис.3):

$$\left\| \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right\|^T.$$

Рис. 3.

В противоположность этому см. (7а): если $S = \mathbf{I}$ и требуемая оценка значения сигнала в точке x_0 (рис.4).

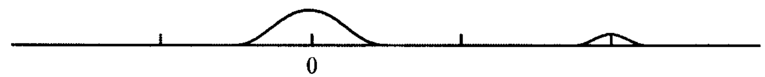

Рис. 4.

Литература

1. *Backus G. E., Gilbert J. F.* Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problems // Geophys. J. Roy. Astr. Sci. 1967. Vol. 13. P. 247–276.
2. *Backus G. E., Gilbert J. F.* The resolving power of gross Earth data // Ibid. 1968. Vol. 16. P. 169–205.
3. *Backus G.E., Gilbert J.F.* Uniqueness of the inversion of inaccurate gross Earth data // Phil. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A. 1970. Vol. 266. P. 123–192.
4. *Mathematics* of Profile Inversion / Ed. L. Colin. NASA Tech. Mem. S. l., 1972. X-62. 150.
5. *Conrath B. J.* Vertical resolution of temperature profiles obtained from remote radiation measurements // J. Atoms. Sci. 1972. Vol. 29. P.1262–1272.
6. *Chen Y. M., Woolf H. M., Smith W. L.* Vertical resolution of temperature profiles for high resolution infrared radiation sounder (HIRS) // NOAA Tech. Rep. NESS67. 1974.